

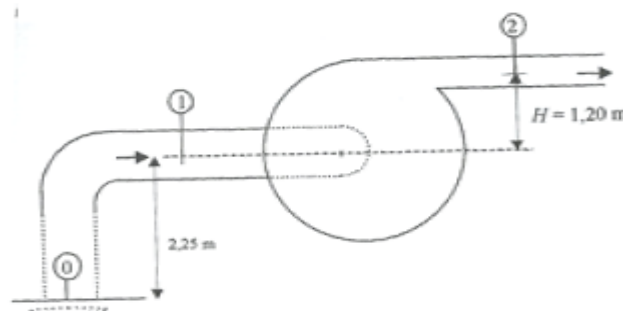
EXERCICE 1 : Puissance électrique d'une pompe

Une pompe hydraulique (voir schéma) débite $300 \text{ m}^3/\text{h}$.

Sa conduite d'aspiration a un diamètre $d_1 = 200 \text{ mm}$.

Sa conduite de refoulement a un diamètre $d_2 = 100 \text{ mm}$.

On négligera les pertes de charge.



- 1- **Calculer** la vitesse d'écoulement v_1 de l'eau dans la tuyauterie d'aspiration.
- 2- **Calculer** la vitesse d'écoulement v_2 de l'eau dans la tuyauterie de refoulement.
- 3- La pompe aspire l'eau stagnante d'un bassin ouvert situé 2,25 m au-dessous du niveau (1) d'entrée de la pompe.
Calculer la pression p_1 à l'entrée de la pompe en (1).
- 4- Sachant que la pression de l'eau à la sortie de la pompe en (2) est $p_2 = 1,60 \times 10^5 \text{ Pa}$, calculer la puissance mécanique utile P_u fournie par la pompe pour assurer ce débit.
- 5- Cette pompe est actionnée par un moteur électrique de rendement 80 %, **calculer** la puissance électrique consommée.

Réponses

- 1- On utilise la formule $Q_v = S \times v$

Soit :

$$v_1 = \frac{Q_v}{S_1} = \frac{Q_v}{\pi \times R_1^2} = \frac{Q_v}{\pi \times \left(\frac{d_1}{2}\right)^2} = \frac{4 \times Q_v}{\pi \times d_1^2} = \frac{4 \times (300 : 3600)}{\pi \times 0,200^2} = 2,65 \text{ m.s}^{-1}$$

- 2- On fait le même raisonnement :

$$v_2 = \frac{Q_v}{S_2} = \frac{Q_v}{\pi \times R_2^2} = \frac{Q_v}{\pi \times \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \frac{4 \times Q_v}{\pi \times d_2^2} = \frac{4 \times (300 : 3600)}{\pi \times 0,100^2} = 10,61 \text{ m.s}^{-1}$$

- 3- On applique le théorème de Bernoulli entre les points 0 et 1 :

$$P_0 + \rho g z_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 + \Delta P_{\text{pompe}} = P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \Delta P_{\text{charge}}$$

→ l'énoncé indique qu'il n'y a pas de pertes de charge entre 0 et 1 : $\Delta P_{\text{charge}} = 0$

→ il n'y a pas de pompe entre les points 0 et 1 : $\Delta P_{\text{pompe}} = 0$

→ la vitesse moyenne au point 0 est négligeable par rapport à celle au point 1 car le bassin a une section beaucoup plus grande que la canalisation : $v_0 = 0$

→ on peut choisir comme référence des altitudes le point 0 : $z_0 = 0$

→ le point 0 est à la pression atmosphérique : $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$

$$\text{D'où : } P_0 = P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2$$

$$\text{D'où : } P_1 = P_0 - \rho g z_1 - \frac{1}{2} \rho v_1^2$$

$$\text{Soit : } P_1 = 10^5 - 1000 \times 10 \times 2,25 - \frac{1}{2} \times 1000 \times 2,65^2 = 73\,989 \text{ Pa}$$

- 4- On applique le théorème de Bernoulli entre les points 1 et 2 :

$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \Delta P_{\text{pompe}} = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \Delta P_{\text{charge}}$$

→ l'énoncé indique qu'il n'y a pas de pertes de charge entre 1 et 2 : $\Delta P_{\text{charge}} = 0$

→ on peut choisir comme référence des altitudes le point 1 : $z_1 = 0$

$$\text{D'où : } P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \Delta P_{\text{pompe}} = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

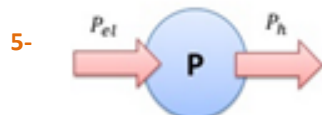
$$\text{D'où : } \Delta P_{\text{pompe}} = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 - P_1 - \frac{1}{2} \rho v_1^2$$

$$\text{D'où : } \Delta P_{\text{pompe}} = 1,60 \times 10^5 + 1000 \times 10 \times 1,20 + \frac{1}{2} \times 1000 \times 10,61^2 - 73\,989 - \frac{1}{2} \times 1000 \times 2,65^2$$

$$\text{Donc : } \Delta P_{\text{pompe}} = 150\,786 \text{ Pa}$$

$$\text{D'où la puissance de la pompe : } P_{\text{utile}} = \rho \times g \times Q_v \times \text{HMT} = \rho \times g \times \text{HMT} \times Q_v = \Delta P_{\text{pompe}} \times Q_v$$

$$P_{\text{utile}} = (300/3600) \times 150\,786 = 12\,565 \text{ W}$$



Le rendement de la pompe est : $r = P_{\text{utile}} / P_{\text{électrique}}$

$$\text{Soit } P_{\text{électrique}} = P_{\text{utile}} / r = 12\,565 / 0,80 = 15\,706 \text{ W}$$

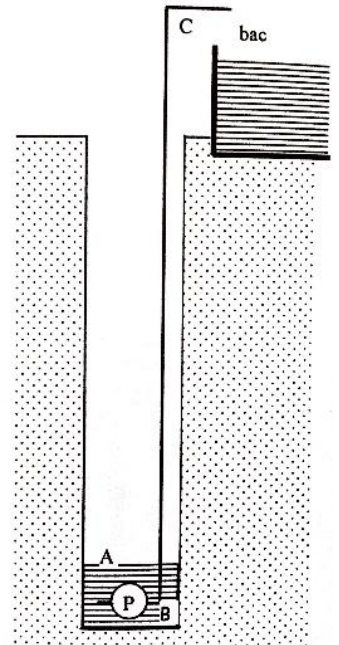
EXERCICE 2 : Puissance utile d'une pompe

On procède à la vidange d'un bassin à l'aide d'une pompe immergée P placée juste sous la surface de l'eau du bassin.

La conduite de refoulement a une hauteur BC de 52 m et une section S de 40 cm².

La pompe doit avoir une puissance suffisante pour assurer un débit volumique $Q_v = 72 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$.

- 1- Quelle est (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) la vitesse d'écoulement de l'eau entre B et C ?
- 2- Quelle est la valeur de la pression de l'eau à la sortie B de la pompe ?
- 3- Quelle est la valeur de la puissance utile de la pompe si on néglige les pertes de charge ?



Réponses

- 1- On utilise la formule $Q_v = S \times v$

Soit :
$$v = \frac{Q_v}{S} = \frac{(72 : 3600)}{40 \times 10^{-4}} = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- 2- On applique le théorème de Bernoulli entre les points B et C :

$$P_B + \rho g z_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \Delta P_{\text{pompe}} = P_C + \rho g z_C + \frac{1}{2} \rho v_C^2 + \Delta P_{\text{charge}}$$

→ l'énoncé ne précise rien, donc il n'y a pas de pertes de charge entre B et C : $\Delta P_{\text{charge}} = 0$

→ il n'y a pas de pompe entre les points B et C : $\Delta P_{\text{pompe}} = 0$

→ Le débit étant constant et B et C appartenant à la même canalisation de section constante, la vitesse est la même :

$$v_B = v_C$$

→ on peut choisir comme référence des altitudes le point B : $z_B = 0$

→ le point C est à la pression atmosphérique : $P_C = 10^5 \text{ Pa}$

D'où : $P_B = P_C + \rho g z_C$

Soit : $P_B = 10^5 + 1000 \times 10 \times 52 = \underline{620\,000 \text{ Pa}}$

- 3- On applique le théorème de Bernoulli entre les points A et B :

$$P_A + \rho g z_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \Delta P_{\text{pompe}} = P_B + \rho g z_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \Delta P_{\text{charge}}$$

→ l'énoncé ne précise rien, donc il n'y a pas de pertes de charge entre A et B : $\Delta P_{\text{charge}} = 0$

→ on peut choisir comme référence des altitudes le point B : $z_B = 0$

→ la vitesse moyenne au point A est négligeable par rapport à celle au point B car le bassin a une section beaucoup plus grande que la canalisation : $v_A = 0$

→ les points A et B sont quasiment à la même hauteur : $z_A = z_B$

→ le point A est à la pression atmosphérique : $P_A = 10^5 \text{ Pa}$

D'où : $P_A + \Delta P_{\text{pompe}} = P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2$

Soit : $\Delta P_{\text{pompe}} = P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 - P_A$

Soit : $\Delta P_{\text{pompe}} = 620\,000 + \frac{1}{2} \times 1000 \times 5^2 - 10^5 = 532\,500 \text{ Pa}$

D'où la puissance de la pompe : $P_{\text{utile}} = \rho \times g \times Q_v \times \text{HMT} = \rho \times g \times \text{HMT} \times Q_v = \Delta P_{\text{pompe}} \times Q_v$

$$P_{\text{utile}} = (72/3600) \times 532\,500 = \underline{10\,650 \text{ W}}$$

EXERCICE 3 : Station de pompage

Une station de pompage comprend une pompe centrifuge montée en aspiration, qui déplace l'eau d'un puits à la pression atmosphérique vers un réservoir où règne une pression p_R .

- 1- En appliquant le théorème de Bernoulli entre les points A et D, et en négligeant les termes contenant les vitesses d'écoulement devant les autres termes, **calculer** la hauteur manométrique totale de la pompe.
- 2- Le débit souhaité est $Q_v = 100 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$. **Montrer** que la puissance hydraulique de la pompe est 14,2 kW.
- 3- La puissance hydraulique P_h en sortie de pompe étant de 14,2 kW, le rendement électromécanique de la pompe est $\eta = 0,49$. **Calculer** la puissance mécanique P_m que doit fournir le moteur qui entraîne la pompe.

Données :

- Pression atmosphérique : $P_o = 1,0 \text{ bar}$
- Pression dans le réservoir : $P_R = 3,7 \text{ bar}$
- Perte de charge totale : $J = 2 \text{ m}$

Réponses

- 1- Le théorème de Bernoulli en hauteur entre les points A et D s'écrit :
- $$\frac{P_A}{\rho g} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} + H = \frac{P_D}{\rho g} + z_D + \frac{v_D^2}{2g} + J$$

→ l'énoncé dit qu'on néglige les termes contenant les vitesses d'écoulement devant les autres termes.

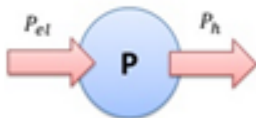
→ on peut considérer l'origine des altitudes au point A : $z_A = 0$

$$\text{D'où : } H = \frac{P_D}{\rho g} + z_D + J - \frac{P_A}{\rho g} = \frac{3,7 \times 10^5}{1000 \times 10} + (15 + 7) + 2 - \frac{10^5}{1000 \times 10} = 51 \text{ mCE}$$

- 2- D'où la puissance hydraulique de la pompe :

$$P_{\text{utile}} = \rho \times g \times Q_v \times \text{HMT} = 1000 \times 10 \times 51 \times (100/3600) = 14\,167 \text{ W soit environ } 14,2 \text{ kW}$$

3-



Le rendement de la pompe est : $\eta = P_{\text{utile}} / P_{\text{électrique}}$

$$\text{Soit } P_{\text{électrique}} = P_{\text{utile}} / \eta = 14,2 \times 10^3 / 0,49 = 29,0 \times 10^3 \text{ W}$$

EXERCICE 4 : Choix d'une pompe d'arrosage

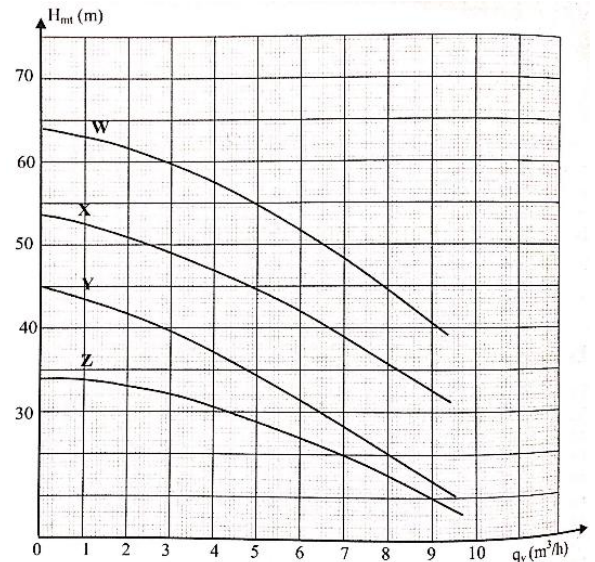
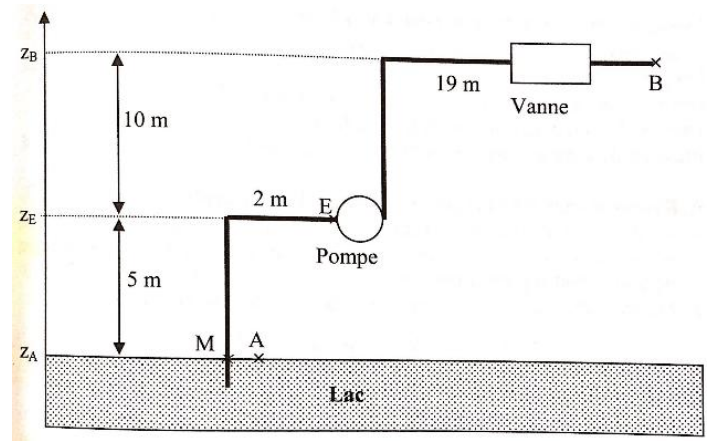
Une petite pompe centrifuge alimente une installation d'arrosage à partir d'un lac. L'eau est aspirée depuis la surface du lac ; l'entrée du circuit d'arrosage est notée B.

Le point A est à la surface de lac. Le point M est dans la canalisation à la même altitude que le point A. Entre M et B, la canalisation mesure 36 m, elle possède 2 coudes et une vanne. La dénivellation entre M et B est de 15 m.

Données :

- Pression atmosphérique : $P_o = 1,0 \text{ bar}$
- Pression de l'eau en B : $P_B = 3,0 \text{ bar}$
- Débit volumique de l'installation : $Q_v = 5,0 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$
- Perte de charge par mètre de canalisation : 2 cm
- Longueur équivalente d'un coude : 3 m de canalisation
- Longueur équivalente d'une vanne : 8 m de canalisation
- Diamètre de la canalisation : $d = 10 \text{ cm}$

- 1- **Montrer** que l'ensemble des pertes de charge de l'installation vaut $J = 1 \text{ m}$.
- 2- **Calculer** la vitesse de l'eau dans la canalisation en régime permanent de pompage.
- 3- **Appliquer** le théorème de Bernoulli entre les points A et B et en négligeant les termes contenant les vitesses d'écoulement devant les autres termes, **calculer** la hauteur manométrique totale de la pompe.
- 4- **Choisir** parmi les pompes W, X, Y et Z celle qui convient le mieux à l'installation. **Justifier**.
- 5- Comme la berge est très abrupte, la pompe est installée au niveau de l'eau.
 - a- **Calculer** les pertes de charge dans la conduite d'aspiration.
 - b- Quelle est, pendant le pompage, la valeur de la pression p_E de l'eau à l'entrée de la pompe ?



Réponses

1. On détermine l'ensemble des pertes de charge.

Longueur en linéaire : $5 + 2 + 10 + 19 = 36 \text{ m}$

Longueur due aux coudes : $2 \times 3 = 6 \text{ m}$

Longueur due à la vanne : 8 m

Total de la longueur : 50 m.

$J = \text{Perte par mètre de canalisation} \times \text{total de la longueur}$

$J = 0,02 \times 50$

$$J = 1 \text{ m}$$

2. Vitesse de l'eau

On détermine cette vitesse à l'aide du débit : $v = \frac{Q_v}{S} = \frac{4Q_v}{\pi d^2}$

$$Q_v = 5,0 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1} = 1,39 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v = \frac{4 \times 1,39 \cdot 10^{-3}}{\pi \times 0,1^2}$$

$$v = 1,77 \cdot 10^{-1} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

3. On applique la relation de Bernoulli (expression en hauteur d'eau) :

$$\frac{p_A}{\rho g} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} + H_{mt} = \frac{p_B}{\rho g} + z_B + \frac{v_B^2}{2g} + J$$

On néglige les termes concernant la vitesse, d'où :

$$\frac{p_A}{\rho g} + z_A + H_{mt} = \frac{p_B}{\rho g} + z_B + J$$

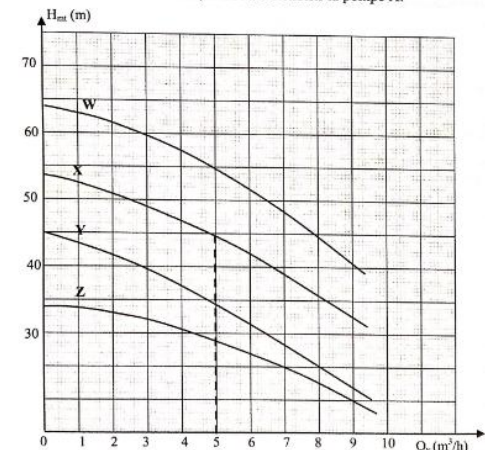
$$H_{mt} = \frac{p_B}{\rho g} + z_B - \frac{p_A}{\rho g} - z_A + J$$

$$H_{mt} = \frac{1}{\rho g} (p_B - p_A) + (z_B - z_A) + J$$

$$H_{mt} = \frac{1}{1000 \times 10} (3,0 \cdot 10^5 - 1,0 \cdot 10^5) + (15 - 0) + 1$$

$$H_{mt} = 36 \text{ m}$$

4. On détermine la pompe par lecture graphique. Le débit est de $5,0 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$. On trace la parallèle à l'axe des ordonnées pour Q_v . La pompe doit avoir un minimum de hauteur de 36 m, il faut donc choisir la pompe X.



B. Position de la pompe

1. La conduite d'aspiration a une longueur de (1 coude) :

$L = 5 + 2 + 3 = 10 \text{ m}$

$J = 0,02 \times 10$

$$J = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

2. On applique de nouveau Bernoulli, mais cette fois entre A et E et il n'y a pas de pompe.

$$\frac{p_A}{\rho g} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} = \frac{p_E}{\rho g} + z_E + \frac{v_E^2}{2g} + J$$

On néglige les vitesses et $z_A = 0$:

$$p_E = p_A - \rho g(z_E + J)$$

$$p_E = 1,0 \cdot 10^5 - 1000 \times 10 \times (5 + 0,2)$$

$$p_E = 48 \text{ 000 Pa}$$

EXERCICE 5 : Pompage d'un fluide

Afin d'utiliser l'énergie géothermique d'une couche aquifère profonde, un puits de production a été creusé pour pomper le fluide.

Après son passage dans l'échangeur, le fluide refroidi est réinjecté dans la nappe. (cf. ci-contre le schéma simplifié de l'installation)

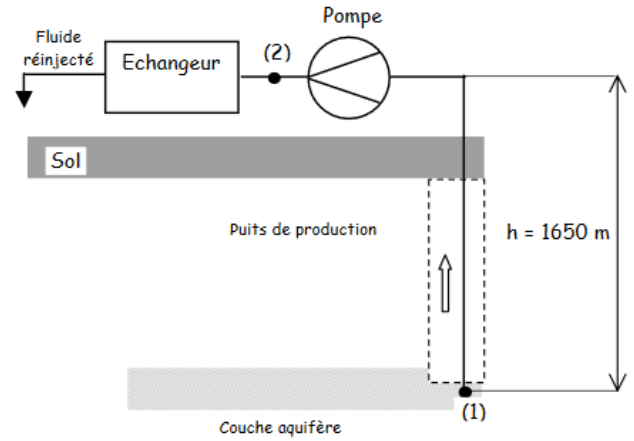
Le tubage entre les points (1) et (2) est réalisé en tube d'acier d'un diamètre $d = 160 \text{ mm}$ sur une longueur de 1650 m et la rugosité absolue du tube est $\varepsilon = 0,03 \text{ mm}$.

Le fluide géothermal est une eau chaude saline de masse volumique

$\rho = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ et de viscosité cinématique $\nu = 4,80 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$.

Le débit prévu en période de pointe est $Q_v = 250 \text{ m}^3/\text{h}$.

La pression au fond du puits est $p_1 = 170 \times 10^5 \text{ Pa}$ et la pression à l'entrée de l'échangeur est $p_2 = 10 \times 10^5 \text{ Pa}$.



- 1- **Montrer** que la vitesse d'ascension du fluide dans la canalisation est $V = 3,45 \text{ m/s}$.
- 2- **Indiquer** la nature de l'écoulement en justifiant la réponse.
- 3- On rappelle que pour $Re > 10^5$, le coefficient de perte de charge linéaire est $\lambda = 0,79 \sqrt{\frac{\varepsilon}{d}}$.
Calculer les pertes de charges régulières pour la longueur de la tuyauterie.
- 4- La perméabilité de la couche aquifère entraîne des pertes de charge singulières supplémentaires égales à $2,9 \times 10^5 \text{ Pa}$.
Calculer la puissance de la pompe.
En **déduire** la puissance électrique consommée si son rendement est de 70 %.

Réponses

- 1- On utilise la formule $Q_v = S \times V$

$$\text{Soit : } v = \frac{Q_v}{S} = \frac{Q_v}{\pi \times R^2} = \frac{Q_v}{\pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{4 \times Q_v}{\pi \times d^2} = \frac{4 \times (250 : 3600)}{\pi \times 0,160^2} = 3,45 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

- 2- On utilise la formule du nombre de Reynolds (voir cours chapitre 14) :

$$\text{Soit } Re = 3,45 \times 0,160 / (4,80 \times 10^{-7}) = 1,15 \times 10^6$$

$Re > 100\,000$, l'écoulement est turbulent rugueux.

$$Re = \frac{\rho v D}{\eta} \text{ ou } Re = \frac{v D}{\nu}$$

- 3- D'après la formule donnée, on calcule $\lambda = 0,011$

D'où les pertes de charge régulières (formule donnée dans le chapitre 14) :

$$\Delta P_{charges} = \frac{\lambda \times \rho \times v^2 \times L}{2d} = \frac{0,011 \times 1000 \times 3,45^2 \times 1650}{2 \times 0,16} = 675\,095 \text{ Pa}$$

- 4- On applique le théorème de Bernoulli entre les points 1 et 2 :

$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \Delta P_{pompe} = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \Delta P_{charge}$$

→ Le débit étant constant et les points 1 et 2 appartenant à la même canalisation de section constante, la vitesse est la même : $v_1 = v_2$

→ on peut choisir comme référence des altitudes le point 1 : $z_1 = 0$

$$\text{Donc : } P_1 + \Delta P_{pompe} = P_2 + \rho g z_2 + \Delta P_{charge}$$

$$\text{Donc : } \Delta P_{pompe} = P_2 + \rho g z_2 + \Delta P_{charge} - P_1$$

$$\Delta P_{pompe} = 10 \times 10^5 + 1000 \times 10 \times 1650 + (675\,095 + 2,9 \times 10^5) - 170 \times 10^5$$

$$\Delta P_{pompe} = 1,47 \times 10^6 \text{ Pa}$$

D'où la puissance de la pompe : $P_{utile} = \Delta P_{pompe} \times Q_v$

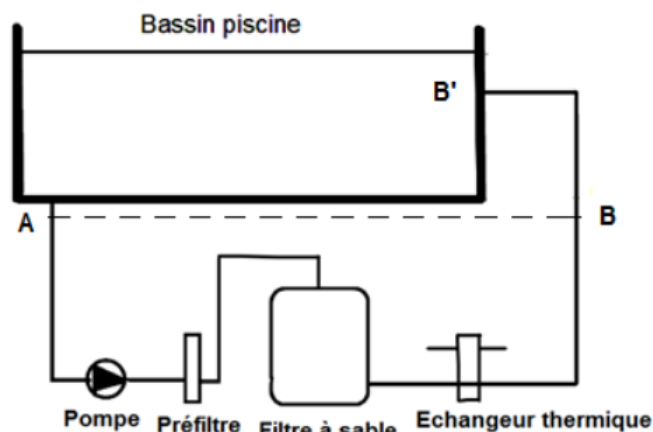
$$P_{utile} = 1,47 \times 10^6 \times (250/3600) = 102\,083 \text{ W}$$

EXERCICE 6 : Circuit de filtration d'une piscine

Une piscine municipale comporte un grand bassin contenant un volume de 960 m^3 d'eau, qui est relié à un circuit hydraulique. L'eau de ce bassin est à la température de 29°C . La pompe a un débit volumique $Q_v = 80 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$. Le diamètre D des canalisations est de 160 mm, la longueur totale L des canalisations est de 42 mètres.

Données :

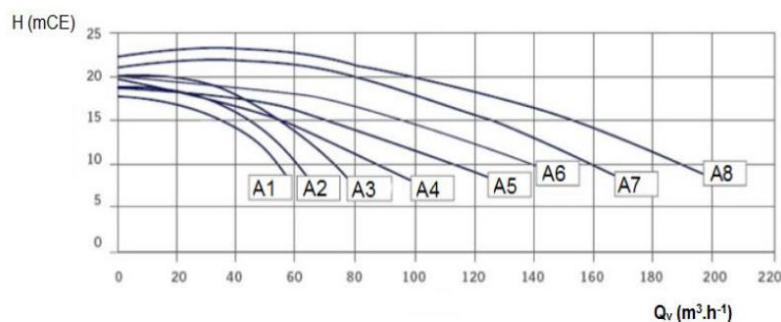
- $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- Pression atmosphérique : $P_{\text{atm}} = 1,00 \times 10^5 \text{ Pa}$
- Masse volumique de l'eau : $\rho = 1,0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Expression du nombre de Reynolds : $Re = \rho D V / \eta$
- La viscosité dynamique η de l'eau dans les canalisations est de $8,15 \times 10^{-4} \text{ USI}$
- Perte de charge pour un écoulement laminaire : $\lambda = \frac{64}{Re}$
- Perte de charge pour un écoulement turbulent : $\lambda = \frac{0,0432}{\sqrt{D}}$



	Préfiltre	Filtre à sable	Échangeur	Perte de charge totale (singulière et régulière) de la canalisation entre A et B
Perte de charge (bar)	0,10	0,30	0,60	0,30
Perte de charge (mCE)	1,0	3,0	6,0	3,0

- 1- **Calculer** la vitesse V de l'eau dans les canalisations.
- 2- En **déduire** le nombre de Reynolds, indiquer la nature de l'écoulement.
- 3- **Calculer** le coefficient de perte de charge λ .
- 4- Grâce à la pompe, les pressions sont identiques aux points A et B (les pertes de charge entre B et B' sont supposées négligeables). En appliquant l'équation de Bernoulli entre les points A et B dans le circuit, **déterminer** quelle pompe convient le mieux en exploitant le graphique suivant.
- 5- En **déduire** la puissance hydraulique fournie par la pompe au liquide.

Pompes série A (modèle A1: A8)
Courbe hauteur manométrique totale / Débit



Graphique 1 : hauteur manométrique H en fonction du débit Q_v pour différentes pompes

Réponses

- 1- On utilise la formule $Q_v = S \times v$

Soit :
$$v = \frac{Q_v}{S} = \frac{Q_v}{\pi \times R^2} = \frac{Q_v}{\pi \times (\frac{D}{2})^2} = \frac{4 \times Q_v}{\pi \times D^2} = \frac{4 \times (80 : 3600)}{\pi \times 0,160^2} = 1,11 \text{ m.s}^{-1}$$

- 2- On utilise la formule du nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{\rho v D}{\eta}$$

Soit $Re = 1000 \times 1,11 \times 0,160 / (8,15 \times 10^{-4}) = 2,18 \times 10^5$

$Re > 100\,000$, l'écoulement est turbulent rugueux.

- 3- D'après la 2^{ème} formule donnée, on calcule $\lambda = 0,108$

- 4- On applique le théorème de Bernoulli entre les points A et B pour calculer la HMT de la pompe :

$$\frac{P_A}{\rho g} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} + HMT = \frac{P_B}{\rho g} + z_B + \frac{v_B^2}{2g} + J$$

- Le débit étant constant et les points A et B appartenant à la même canalisation de section constante, la vitesse est la même : $v_A = v_B$
- les points A et B sont à la même altitude : $z_A = z_B$
- d'après l'énoncé : $P_A = P_B$

Après simplification, il reste : $HMT = J$

Donc $HMT = J_{\text{préfiltre}} + J_{\text{filtre}} + J_{\text{échangeur}} + J_{\text{rég}}$

Soit $HMT = 1,0 + 3,0 + 6,0 + 3,0 = 13 \text{ mCE}$

On place sur le graphique le point ayant pour coordonnées : $80 \text{ m}^3/\text{h}$ et $HMT = 13 \text{ m}$.

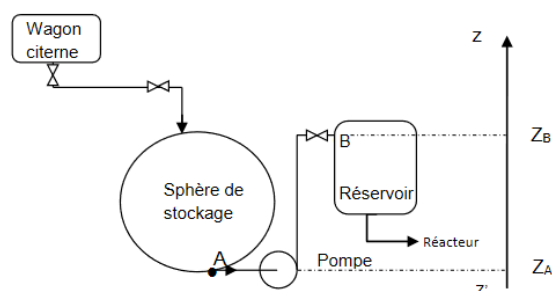
La pompe la mieux adaptée est donc la pompe A5.

D'où la puissance de la pompe : $P_{\text{utile}} = \rho \times g \times Q_v \times HMT =$

$$P_{\text{utile}} = 1000 \times 10 \times (80/3600) \times 13 = 2,9 \times 10^3 \text{ W}$$

EXERCICE 7 : Acheminement d'ammoniac liquide

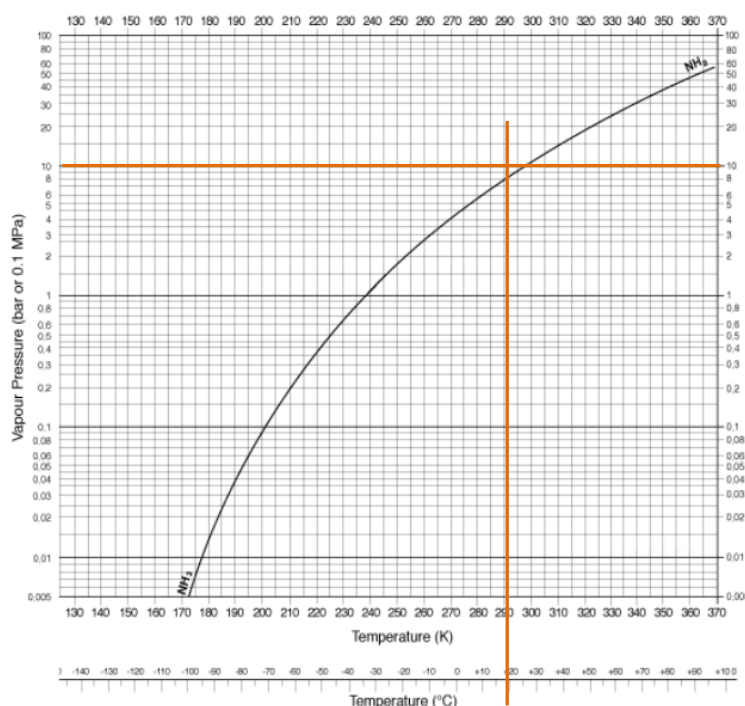
De l'ammoniac liquide est acheminé par wagons citernes sur un site de production de nitrate d'ammonium, principal constituant des engrais. Le transfert entre le wagon citerne et la sphère de stockage est réalisé par gravité. Puis une pompe centrifuge permet d'amener l'ammoniac de la sphère vers un réservoir dont le niveau est supposé constant. La pression à l'intérieur de la sphère et du réservoir est maintenue à 10 bar et la température à 293 K. L'ammoniac subit ensuite une détente et un chauffage pour pénétrer, à 6 bar et 160 °C, à l'état gazeux, dans le réacteur de synthèse du nitrate d'ammonium, en même temps que de l'acide nitrique. On limitera l'étude à la portion de l'installation située entre la sphère de stockage de l'ammoniac liquide (point A) et le réservoir (point B). Sur cette portion, les canalisations, de diamètre constant égal à 25 mm, ont une longueur totale de 12,0 m. La différence de hauteur entre le pied de la sphère et l'entrée dans le réservoir est de 3,5 m. La longueur équivalente due aux pertes de charge singulières est de 8,0 m de canalisation droite. Les pertes de charge unitaires sont égales à 0,05 mètre de colonne de liquide par mètre de canalisation droite et notées J. Le débit massique d'ammoniac vaut $q_{m(NH_3)} = 10,0 \text{ t.h}^{-1}$.



Données :

- Masse volumique de l'ammoniac liquide à 10 bar et 293K : $\rho = 600 \text{ kg.m}^{-3}$
 - Intensité de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$
- 1- À l'aide du document fourni en annexe, **justifier** le choix d'une pression de 10 bar pour le stockage de l'ammoniac liquide à 293 K.
 - 2- **Calculer** le débit volumique d'ammoniac dans la canalisation, $Q_v(NH_3)$, en $\text{m}^3.\text{s}^{-1}$.
 - 3- **Calculer**, entre les points A et B, la vitesse $v(NH_3)$ de circulation de l'ammoniac liquide dans la canalisation.
 - 4- **Calculer** les pertes de charge totales Δh_c sur cette portion d'installation exprimées en mètres de colonne de liquide.
 - 5- En appliquant le théorème de Bernoulli entre les points A et B, **déterminer** la hauteur manométrique totale de la pompe, notée HMT.
 - 6- En **déduire** la puissance utile de la pompe, notée P_u .
 - 7- Sachant que le rendement de la pompe vaut 55%, en déduire la puissance électrique absorbée par celle-ci, P_{abs} .

Pression de vapeur saturante de l'ammoniac en fonction de la température



Réponses

- 1- A 293 K, si on se place à 10 bars, on est au-dessus de la courbe de pression de vapeur saturante en fonction de la température.

Donc à 10 bars, on est sûr que l'ammoniac est sous sa forme liquide.

- 2- Le débit massique vaut $q_{m(NH_3)} = 10,0 \text{ t.h}^{-1}$.

Donc $Q_v = q_{m(NH_3)} / \rho = 10,0 \times 10^3 / 600 = 16,7 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1} = 0,00463 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

- 3- On utilise la formule $Q_v = S \times v$

Soit :

$$v = \frac{Q_v}{S} = \frac{Q_v}{\pi \times R^2} = \frac{Q_v}{\pi \times \left(\frac{D}{2}\right)^2} = \frac{4 \times Q_v}{\pi \times D^2} = \frac{4 \times 0,00463}{\pi \times 0,025^2} = 9,43 \text{ m.s}^{-1}$$

- 4- Il y a 12 m de canalisation droite, et l'équivalent de 8 m de canalisation droite dû aux pertes de charge singulières.

Les pertes de charge correspondent à 0,05 m par mètre de canalisation.

Soit $\Delta h_c = (12 + 8) \times 0,05 = 1 \text{ m}$.

- 5- On applique le théorème de Bernoulli entre les points A et B pour calculer la HMT de la pompe :

$$\frac{P_A}{\rho g} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} + HMT = \frac{P_B}{\rho g} + z_B + \frac{v_B^2}{2g} + \Delta h_c$$

→ Le débit étant constant et les points A et B appartenant à la même canalisation de section constante, la vitesse est la même : $v_A = v_B$

→ d'après l'énoncé : $P_A = P_B$

→ on peut prendre la référence des altitudes au point A : $z_A = 0$

Après simplification, il reste : $HMT = z_B + \Delta h_c$

Donc $HMT = 3,5 + 1,0 = 4,5 \text{ m}$

- 6- D'où la puissance de la pompe : $P_{\text{utile}} = \rho \times g \times Q_v \times HMT =$

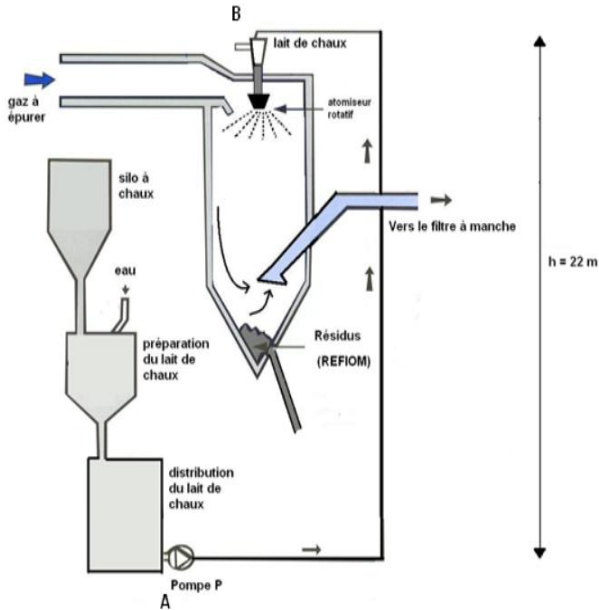
$$P_{\text{utile}} = 600 \times 9,8 \times 0,00463 \times 4,5 = 123 \text{ W}$$

- 7- Le rendement de la pompe est : $\eta = P_{\text{utile}} / P_{\text{électrique}}$

Soit $P_{\text{électrique}} = P_{\text{utile}} / \eta = 123 / 0,55 = 224 \text{ W}$

EXERCICE 8 : Traitement des fumées à la sortie d'un four d'incinération

À la sortie d'un four d'incinération, les gaz de combustion sont aspirés vers un réacteur pour une première épuración. On fait le choix ici du procédé dit « semi-humide ». C'est un mode de traitement chimique qui consiste à mélanger les gaz avec un réactif liquide (du lait de chaux par exemple) pour neutraliser les polluants acides contenus dans les gaz. Le réacteur est une tour de forme cylindrique avec en partie haute l'arrivée centrale des gaz pollués. Le lait de chaux est injecté en haut de la tour, sous l'arrivée des gaz, par un atomiseur rotatif dans lequel le lait de chaux est pulvérisé en fines gouttelettes. Le mélange gaz-chaux est ensuite évacué vers un dépoussiéreur (filtre à manche). Voir le schéma de principe ci-dessous.



Données :

- Diamètre intérieur de la conduite d'alimentation en lait de chaux : $D = 120 \text{ mm}$
- Longueur de la conduite : $L = 33 \text{ m}$
- Masse volumique du lait de chaux à 11% en masse : $\rho = 1\,030 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
- Pression à l'entrée de la pompe : $p_A = 3,0 \text{ bar}$
- Viscosité dynamique du lait de chaux à 11% : $6,0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
- Nombre de Reynolds : $Re = \frac{\rho V D}{\eta}$
- La pesanteur : $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

- Coefficient de perte de charge en régime laminaire : $\lambda = \frac{64}{Re}$
- Coefficient de perte de charge en régime turbulent : $\lambda = 0,316 \times Re^{-0,25}$
- Perte de charge (en mètre) : $\Delta H = \lambda \frac{L V^2}{2gD}$

Schéma 2 : Schéma de principe du procédé semi humide

- 1- Le lait de chaux est un composé très corrosif. Quel type de précaution doit-on prendre lors du choix des conduites ?
- 2- Pourquoi doit-on maintenir une agitation constante dans la cuve de distribution de lait de chaux ?
- 3- À la concentration utilisée, soit environ 11 % en masse, le lait de chaux se comporte comme un fluide newtonien. Le débit moyen du lait de chaux dans la conduite est de $Q_v = 10 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$.
 - 3.1 **Calculer** le débit volumique en $\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$.
 - 3.2 En **déduire** la vitesse moyenne V de circulation du fluide.
- 4- **Déterminer** la valeur du nombre de Reynolds. En déduire le régime d'écoulement du lait de chaux dans la conduite.
- 5- **Calculer** le coefficient de perte de charge λ , puis en déduire les pertes de charge ΔH et conclure.
- 6- Le débit étant faible, on négligera les pertes de charge dans le circuit d'alimentation en lait de chaux. Quelle doit être la HMT de la pompe pour que la pression en B soit de 2,0 bars ?
- 7- La HMT étant égale à 12 m, **calculer** la puissance fournie au fluide par la pompe.

Réponses

1. On devra plutôt choisir des conduites et une pompe adaptées aux produits corrosifs, de préférence en plastique
2. Le lait de chaux est une solution saturée, avec un solide en suspension. Pour éviter un dépôt, d'hydroxyde de calcium, on doit maintenir le lait de chaux en constante agitation. $\mathcal{Q}_v$
3. Le débit moyen du lait de chaux dans la conduite est de $Q_v = 10 \text{ L/min}$.
 - a. Débit volumique en $\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$: $Q_v = 10 \times 10^{-3}/60 = 1,7 \times 10^{-4} \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$
 - b. Vitesse moyenne V_m de circulation du fluide.
 $V_m = Q_v/S$ soit $V_m = 1,7 \times 10^{-4}/\pi \times (120 \times 10^{-3}/2)^2 = 1,5 \times 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
4. $Re = \frac{\rho V D}{\eta}$ soit $Re = (1030 \times 1,5 \times 10^{-2} \times 0,120)/(6,0 \times 10^{-3}) = 309$
 $Re < 2000$: le régime est laminaire
5. Coefficient de perte de charge λ : et.
 $\lambda = 64/Re = 0,21$
 Pertes de charge ΔH : $\Delta H = \lambda \frac{L V^2}{2gD} = 0,21 \times \frac{33 \times (1,5 \cdot 10^{-2})^2}{2 \times 9,8 \times 0,120} = 6,6 \times 10^{-4} \text{ m}$
 Conclusion : ΔH est faible devant la hauteur du réacteur, donc négligeable
6. HMT de la pompe :
 A l'entrée de la pompe $H_A = P_A / \rho g + z_A + v_A^2/2g$
 A l'entrée de l'atomiseur $H_B = P_B / \rho g + z_B + v_B^2/2g$
 Avec $V_A = V_B$ (diamètre constant, régime permanent)
 $HMT = H_B - H_A = P_B / \rho g + z_B - (P_A / \rho g + z_A) = (p_B - p_A) / \rho g + z_B - z_A = 12 \text{ m}$
7. Calculer la Puissance fournie au fluide par la pompe :
 $P = HMT Q_m g = HMT \rho g Q_v = 31,9 \times 1030 \times 9,8 \times 1,7 \times 10^{-4} = 21 \text{ W}$

EXERCICE 9 : Lavage d'un mélange gazeux

point A:

$$\begin{aligned} v_A &= 0 \text{ m/s} \\ P_A &= 2,56 \text{ bar} \\ z_A &= ? \end{aligned}$$

point B:

$$\begin{aligned} v_B &= ? \\ P_B &= 2 \text{ bar} \\ z_B &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 10 \text{ cm} \\ \rho &= 1,15 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3} \\ \lambda &= 0,016 \end{aligned}$$

$$Q_V = 15 \text{ L.s}^{-1}$$

but exercice: trouver α

démarche :

- α
- K de la vanne
- ΔP_{totale}
- $\Delta P_{\text{rég}}$ et ΔP_{sing}
- Bernoulli

étape 1: théorème de Bernoulli entre A et B

$$\underbrace{\frac{1}{2} \rho v_A^2}_{v_A = 0 \text{ m/s}} + P_A + \rho g z_A + \underbrace{\Delta P_{\text{pompe}}}_{\text{pas de pompe}} = \frac{1}{2} \rho v_B^2 + P_B + \rho g z_B + \Delta P_{\text{totale}}$$

étape 2: calcul des différents termes

- $z_A = 3 + 1 = 4 \text{ m}$
- $v_B = \frac{Q_V}{S} = \frac{15 \times 10^{-3} \times 4}{\pi \times (10 \times 10^{-2})^2} = 1,91 \text{ m.s}^{-1}$
- $P_A = 2,56 \times 10^5 \text{ Pa}$
- $P_B = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$
- $z_B = 3 - 0,5 = 2,5 \text{ m}$
- $\Delta P_{\text{totale}} = \Delta P_{\text{rég}} + \Delta P_{\text{sing}}$

$$\Delta P_{\text{rég}} = \frac{\lambda \rho v^2 L}{2 \times D} = \frac{0,016 \times 1,15 \times 10^3 \times 1,91^2 \times (5 + 3 + 2 + 0,5 + 1)}{2 \times 0,1}$$

$$\Delta P_{\text{rég}} = 3859 \text{ Pa}$$

$$\Delta P_{\text{sing}} = \frac{\rho v^2 \sum K}{2} = \frac{1,15 \times 10^3 \times 1,91^2 \times (0,5 \uparrow + 0,5 \uparrow + 4 + K)}{2}$$

↑ entree coude vanne

$$\Delta P_{\text{sing}} = 2097 \times (2,5 + K)$$

étape 3: on remet toutes les valeurs dans théorème

$$P_A - P_B + \rho g (z_A - z_B) - \frac{1}{2} \rho v_B^2 = \Delta P_{\text{totale}}$$

$$(2,56 - 2) \times 10^5 + 1,15 \times 10^3 \times 9,81 \times (4 - 2,5) - \frac{1}{2} \times 1,15 \times 10^3 \times 1,91^2 = \Delta P_{\text{totale}}$$

$$\Delta P_{\text{totale}} = 2097 \times (2,5 + K)$$

étape 4: $K = 30$

étape 5: $\alpha = 45^\circ$ graphique 2